

Zestaw 2 - wierzchołkowa przechodność, stopnie wierzchołków, spójność, dwudzielność

Definicje: graf spójny, graf dwudzielny.

Grafy wierzchołkowo przechodnie

Def. Graf G nazywamy *wierzchołkowo przechodnim*, gdy dla dowolnych dwóch wierzchołków $u, v \in V(G)$ istnieje automorfizm $\varphi \in \text{Aut}G$, taki że $\varphi(u) = v$.

1. Czy graf Petersena jest wierzchołkowo przechodni? Uzasadnij.
2. Czy każdy graf k -regularny jest wierzchołkowo przechodni? Uzasadnij.

Stopnie wierzchołków i spójność

3. **Tw.** Jeśli $\delta(G) \geq \frac{|G|-1}{2}$, to graf G jest spójny. Czy twierdzenie jest prawdziwe gdy $\delta(G) \geq \frac{|G|-2}{2}$? Uzasadnij.
4. **Tw.** W grafie rzędu $n \geq 2$ istnieją dwa wierzchołki tego samego stopnia. Czy twierdzenie jest prawdziwe dla multigrafów? Uzasadnij.
5. **Tw.** W grafie liczba wierzchołków nieparzystego stopnia jest parzysta. Czy twierdzenie jest prawdziwe dla multigrafów? Uzasadnij.

Dwudzielność

6. **Tw.** Graf jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy nie zawiera cykli nieparzystych.
 7. **Tw.** Graf G jest dwudzielny wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje homomorfizm G w K_2 .
-